

**Примерные варианты заданий к зачету по дисциплине  
«Элементарная математика и ПРМЗ» (1 курс ОЗО)**

**Вариант 1.**

1. Натуральные числа: определение (школьное, аксиоматическое), общая характеристика, простые и составные числа, теорема о бесконечности множества простых чисел.
2. График и свойства функции  $y = \log_a x$ .
3. Методы решения систем уравнений метод алгебраического сложения, метод подстановки, графический метод.

Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$$

**Вариант 2.**

1. Определение уравнения. Решение уравнения. Классификация уравнений в элементарной математике.
2. График и свойства функции  $y = a^x$ .
3. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Теоремы сложения и их следствия. Формулы приведения. Формулы кратных аргументов. Формулы сумм тригонометрических функций. Формулы произведений тригонометрических функций.

Доказать тождество: 
$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha + \sin 2\alpha = \sqrt{2} \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right).$$

**Вариант 3.**

1. Свойства степени с рациональным показателем. Свойства арифметического корня.
2. Понятие функции. Способы задания функций. Классификация функций. Свойства.
3. Логарифмические уравнения и неравенства в средней школе.

Решить неравенство:  $\log_{\sqrt{6}}(x-4) + \log_{\sqrt{6}}(x+1) \leq 2.$

**Вариант 4.**

1. Понятие системы уравнений. Совместные и несовместные системы уравнений. Равносильность систем уравнений. Теоремы о равносильности систем уравнений. Уравнение, являющиеся следствием данной системы уравнений. Элементарные методы решения систем уравнений.
2. Свойства и график функции  $y = \sin x$ .
3. Логарифм. Свойства логарифма.

Упростить выражение: 
$$\left( 81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{25} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2}.$$

**Вариант 5.**

1. Понятие неравенства. Основные свойства неравенств.
2. Основные приемы преобразования графиков функций.
3. Общее понятие об иррациональном уравнении, неравенстве. Область допустимых значений иррационального уравнения. Решение иррациональных уравнений, неравенств.

Решить уравнение:  $\sqrt{2x+1} + \sqrt[4]{2x+1} = 12.$

**Вариант 6.**

1. Рациональные числа: определение, общая характеристика.
2. График и свойства функции  $y = ax^2 + bx + c$ .
3. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства в средней школе.

Решить уравнение:  $2\cos^2 2x + 3\sin 4x + 4\sin^2 2x = 0.$

**Вариант 7.**

1. Иррациональные числа. Действительные числа: определение, общая характеристика, взаимосвязи числовых множеств. Сравнение действительных чисел.
2. Свойства и график функции  $y = \frac{k}{x}$ .
3. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства, методы их решения.

Решить неравенство:  $\frac{1}{3^x + 5} \leq \frac{1}{3^{x+1} - 1}$ .

**Вариант 8.**

1. Выполнение действий над рациональными числами. Свойства арифметических операций над рациональными числами.
2. Свойства и график функции  $y = tgx$ .
3. Показательные уравнения и неравенства в средней школе.

Решить уравнение:  $3 \cdot 4^x + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2} \cdot 9^{x+1}$ .

**Вариант 9.**

1. Сравнение рациональных чисел. Правило обращения дробей. Проценты. Пропорция.
2. Свойства и график функции  $y = kx + b$ .
3. Системы рациональных уравнений и неравенств.

Решить систему неравенств: 
$$\begin{cases} (x+2)(x^2+x-12) \leq 0; \\ (x+3)^5(x+1)^4(x-7) \geq 0. \end{cases}$$

**Вариант 10.**

1. Понятие логарифма. Основные тождества, применяемые при решении показательных и логарифмических уравнений и неравенств.
2. Свойства и график функции  $y = ctgx$ .
3. Дробно-рациональные неравенства.

Выяснить, при каком наибольшем целом значении  $x$  выражение  $\frac{\frac{1}{2}x^2 + 3}{x^2 - 9x + 14}$  принимает отрицательное значение?

**Вариант 11.**

1. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 10, 11, 7. Алгоритм Евклида.
2. Свойства и график функции  $y = \arcsin x$ .
3. Линейные уравнения. Квадратные уравнения. Формулы корней квадратного уравнения. Формулы Виета.

Найдите сумму квадратов корней квадратного уравнения  $3x^2 + x - 1 = 0$ .

**Вариант 12.**

1. Равносильность уравнений. Теоремы о равносильности уравнений. Преобразования, нарушающие равносильность уравнений (переход к уравнению-следствию, потеря корней).
2. Свойства и график функции  $y = \arccos x$ .
3. Алгоритм решения дробно-рациональных уравнений.

Решить уравнение:  $\frac{2x}{x-3} + \frac{1}{2x+3} + \frac{3x+9}{2x^2-3x-9} = 0$ .