

МАТЕМАТИКА

основана в 1992 г.

МЕТОДИЧЕСКАЯ ГАЗЕТА ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

№1, 1–15 январь 2011

mat.1september.ru



Числа Фибоначчи

издательский дом
Первое сентября

индекс подписки | Почта России - 79083 (инд.) - 79584 (орг) | Роспечать - 32031 (инд.) - 32598 (орг)

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ
«ПЕРВОЕ СЕНТЯБРЯ»

Главный редактор:

Артем Соловейчик
(генеральный директор)

Коммерческая деятельность:

Константин Шмарковский
(финансовый директор)

Развитие, IT и координация проектов:

Сергей Островский
(исполнительный директор)

Реклама и продвижение:

Марк Сартан

**Мультимедиа, конференции
и техническое обеспечение:**

Павел Кузнецов

Производство:

Станислав Савельев

**Административно-хозяйственное
обеспечение:** Андрей Ушаков

Дизайн:

Иван Лукьянов, Андрей Балдин

Педагогический университет:

Валерия Арсланьян
(ректор)

ГАЗЕТЫ ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА:

Первое сентября – Е. Бирюкова,

Английский язык – А. Громушкина,

Библиотека в школе – О. Громова,

Биология – Н. Иванова,

География – О. Коротова,

Дошкольное

образование – М. Аромштам,

Здоровье детей – Н. Сёмина,

Информатика – С. Островский,

Искусство – М. Сартан,

История – А. Савельев,

Классное руководство

и воспитание школьников – О. Леонтьева,

Литература – С. Волков,

Математика – Л. Рослова,

Начальная школа – М. Соловейчик,

Немецкий язык – М. Бузоева,

Русский язык – Л. Гончар,

Спорт в школе – О. Леонтьева,

Управление школой – Я. Сартан,

Физика – Н. Козлова,

Французский язык – Г. Чесновицкая,

Химия – О. Блохина,

Школьный психолог – И. Вачков

УЧРЕДИТЕЛЬ: ООО «ЧИСТЫЕ ПРУДЫ»

Зарегистрировано ПИ № 77-7241 от 12.04.01

в Министерстве РФ по делам печати

Подписано в печать: по графику 2.12.2010,

фактически 2.12.2010 Заказ №

Отпечатано в ОАО «Чеховский

полиграфический комбинат»

ул. Полиграфистов, д. 1,

Московская область,

г. Чехов, 142300

АДРЕС РЕДАКЦИИ И ИЗДАТЕЛЯ:

ул. Киевская, д. 24, Москва, 121165

Телефон/факс: (499) 249-3138

Отдел рекламы: (499) 249-9870

Сайт: 1september.ru

ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ПОДПИСКА:

Телефон: (499) 249-4758

E-mail: podpiska@1september.ru

Документооборот
Издательского дома «Первое сентября»
защищен антивирусной программой Dr.Web



В НОМЕРЕ:

4 ЛЕНТА НОВОСТЕЙ
Резолюция Всероссийского съезда
учителей математики. Проект

8 МНЕНИЕ
Впечатления о Всероссийском
съезде учителей математики

14 Давайте поговорим не о ЕГЭ
Л. Слуцкий

17 ОФИЦИАЛЬНЫЕ ДОКУМЕНТЫ
Краткий итоговый аналитический
отчет о результатах проведения
единого государственного экзамена
в 2010 году

20 ПРОВЕРЬ СЕБЯ
Шестой заочный конкурс
учителей математики

24 НА СТЕНД
Готовимся к ЕГЭ
Задача С2 – стереометрия для всех

26 ЭКЗАМЕНЫ
Как помочь выпускникам избежать
ошибок на ЕГЭ
Н. Левинтова, Е. Калинина

32 ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ
Математики – юбиляры 2011 года
В. Пырков

37 ОЛИМПИАДЫ, КОНКУРСЫ,
ТУРНИРЫ
VII Олимпиада по геометрии имени
И.Ф. Шарыгина

40 Олимпиады, конкурсы, турниры
в 2011 году. Календарь

42 ЛЕКТОРИЙ
Десять новогодних маршрутов
барона Мюнхгаузена
Г. Филипповский

47 КНИЖНАЯ ПОЛКА
Познать радость открытия

МАТЕМАТИКА

Основана в 1992 г.

Выходит два раза в месяц

Газета распространяется по подписке

Цена свободная Тираж 10 000 экз.

Тел. редакции: (499) 249-3460

E-mail: mat@1september.ru

Сайт: mat.1september.ru

РЕДАКЦИЯ:

Главный редактор:

Л. Рослова

Отв. секретарь:

Т. Черкавская

Редакторы:

П. Камаев,

И. Бокова,

О. Макарова

Дизайн макета и

обложки:

И. Лукьянов

Корректор:

Л. Громова

Верстка:

Л. Кукушкина

Методическая газета
для учителей математики

ПОДПИСНЫЕ ИНДЕКСЫ:

Роспечать:

инд. – **32030**;

орг. – **32594**

Почта России:

инд. – **79073**;

орг. – **79583**

В. ПЫРКОВ,
г. Батайск,
Ростовская обл.

МАТЕМАТИКИ— ЮБИЛЯРЫ 2011 ГОДА

175 лет
Сергей Александрович РАЧИНСКИЙ
(6 мая 1836 – 23 сентября 1888)

Русский деятель в области народного просвещения. Доктор естественных наук, профессор Московского университета. На протяжении своей деятельности построил более 20 начальных школ, 4 из которых содержал полностью. В 1868 г. организовал в своем имении начальную школу, где и учительствовал, стремясь развить у крестьянских детей математические способности, вызвать у них интерес к математике. Это отражено на известной картине бывшего ученика этой школы Н.П. Богданова-Бельского «Устный счет», где изображен С.А. Рачинский на уроке математики.

Школа Рачинского стала лабораторией школьного образования; для обмена опытом в нее приезжали учителя со всей России. Татевская средняя школа работает в настоящее время, при ней создан музей Рачинского. Опыт работы своих школ Рачинский обобщил в книге «Сельская школа» (1902 г.). Его перу принадлежат и специальные учебные пособия по математике: «Арифметические забавы», «Геометрические забавы» (1901 г.); «1001 задача для умственного счета» (1899 г.). Эпистолярное наследие Рачинского, по мнению его биографа Н. Горбова, составляет свыше 150 томов. Ниже приведены несколько задач для устного счета из сборников Рачинского.

1. Путем устных вычислений найдите быстро результат выражения

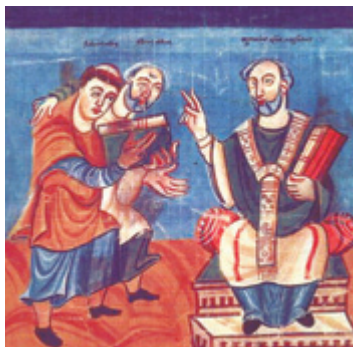
$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}.$$

2. Сосчитать в уме, сколько будет квадрат 84.
3. Мать для приданого своей дочери с самого ее рождения откладывала ежегодно столько аршин холста, сколько ей лет. Когда дочери минуло 20 лет, из этого холста сшили рубашки, и на каждую пошло 7 аршин. Сколько рубашек?

4. Двум бабам было заказано по одинаковому числу аршин холста. Одна ткёт в день 12 аршин, другая — 9. Вторая кончила свою работу 5-ю днями позже, чем первая. По сколько аршин им было заказано?
5. В начале года я купил 12 пачек конвертов. Написал я в году 237 писем, и у меня осталось 2 пачки и 13 конвертов. Сколько было конвертов в пачке?
6. Стояли березы, летели галки. На каждую березу село по галке, и осталось 5 галок. Потом на каждую березу село по 2 галки, и осталось 5 берез без галок. Сколько галок, сколько берез?



Н.П. Богданов-Бельский
«Устный счет»



1275 лет **АЛКУИН** (736 – 19 мая 804)

Ирландский ученый, монах, сыгравший выдающуюся роль в развитии просвещения, культуры и математики в Европе. В 780 году по приглашению Карла

Великого переехал во Францию и стал придворным учителем, а впоследствии главным советником и другом короля. Принимал активное участие в основании университетов в Париже и Павии. По его настоянию были открыты начальные школы в Германии и Франции. Для популяризации математики составлял задачи в форме загадок и шуток, которые дошли до нас в его сочинении «Задачи для изощрения ума юношей». Приведем некоторые из них.

1. Через реку надо перевезти троих: волка, козу и кочан капусты; на лодке, кроме перевозчика, может поместиться только один из трех. Как перевезти их, чтобы коза не могла съесть капусту, а волк не мог съесть козу?
2. 100 модиев (1 модий $\approx 8,7$ л) зерна разделили между сотней людей, среди которых были мужчины, женщины и дети. Каждый мужчина получил 3 модия, каждая женщина — 2 модия, а каждый ребенок — половину модия. Сколько могло быть мужчин, женщин и детей?
3. Некто, умирая и оставляя жену в ожидании ребенка, завещал, чтобы его имущество было разделено таким образом: если родится сын, то выдать две трети имущества сыну, а одну треть вдове, а если родится дочь, то выдать две трети вдове, а одну треть дочери. После смерти завещателя у его жены родилась двойня: сын и дочь. Как разделить наследство?
4. Три наследника получили 21 винную бочку: 7 полных, 7 — наполненных до половины и 7 пустых. Найдите способы разделить наследство так, чтобы каждый получил равное количество вина и бочек.



1175 лет **Сабит ибн КОРА** (836 – 18 декабря 901)

Арабский математик, астроном, медик и философ, представитель багдадской математической школы. Перевел «Начала» Ев-

клида на арабский язык и написал к ним комментарии; ознакомил арабских ученых с сочинением Архимеда «О правильном семиугольнике». Занимался тригонометрией и теорией чисел, в частности дружественными числами; обосновал теорию составных отношений. В геометрии ему принадлежат попытки доказательства пятого постулата Евклида; вычислил площадь параболического сегмента и объем параболоида вращения. В трактате «Книга о сечениях цилиндра и его поверхности» рассмотрел различные виды сечений цилиндра, вычислил площади эллипса и сегмента эллипса, исследовал наибольшие и наименьшие сечения цилиндра, а также доказал ряд теорем о площади части поверхности цилиндра, заключенной между двумя плоскими сечениями. Рассмотрим несколько предложенных им задач:

1. Найдите сумму квадратов n первых нечетных чисел:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2.$$

2. Если числа

$$p = 3 \cdot 2^n - 1, q = 3 \cdot 2^{n-1} - 1$$

и

$$r = 9 \cdot 2^{2n-1} - 1$$

простые, покажите, что числа A и B будут дружественными, если $A = 2^n p q$, а $B = 2^n r$. Дружественной называют пару чисел, каждое из которых равняется сумме собственных делителей другого числа.



575 лет **РЕГИОМОНТАН** (16 июня 1436 – 6 июля 1476)

Псевдоним немецкого математика и астронома Иоганна Мюллера. Внес значительный вклад в развитие тригонометрии. В «Пяти

книгах о треугольниках всех видов» тригонометрия впервые в Европе трактовалась как самостоятельная, независимая от астрономии, наука. Удачное изложение тригонометрических вопросов привело к применению алгебры при решении геометрических задач. Составил таблицы синусов для каждой минуты дуги с точностью до седьмого десятичного знака и таблицы тангенсов через каждый градус. Приведем несколько задач из его сочинений.

1. Докажите, что высоты треугольника пересекаются в одной точке.

2. В треугольнике разность двух боковых сторон 3, высота 10 и разность отрезков основания, образуемых высотой, 6. Найдите стороны треугольника.
3. Найдите радиус круга, описанного около треугольника, если даны его стороны.
4. Найдите число, которое при делении на 17, 13 и 10 дает соответственно остатки 15, 11 и 3.
5. Решите уравнения:
 - а) $\frac{x}{10-x} + \frac{10-x}{x} = 25$;
 - б) $16x^2 + 2000 = 680x$.



**350 лет
Де Гийом
ЛОПИТАЛЬ**
(1661 –
2 февраля 1704)

Французский математик, член Парижской АН. Изучал математику под руководством И. Бернулли.

Основные исследования относятся к математическому анализу и геометрии. Издал первый печатный учебник по дифференциальному исчислению – «Анализ бесконечно малых для исследования кривых линий» (1696 г.); в нем есть так называемое правило Лопиталья о нахождении предела дроби, числитель и знаменатель которой стремятся к нулю. Его перу принадлежит «Аналитический трактат о конических сечениях и об их применении для решения уравнений как в определенных, так и в неопределенных задачах» (1707 г.). Предложил одно из решений задачи о брахистохроне.



**275 лет
Жозеф Луи
ЛАГРАНЖ**
(25 января 1736 –
10 апреля 1813)

Французский математик и астроном. Он учился, а затем преподавал в Артиллерийском училище, в

18 лет став профессором. По рекомендации Эйлера 23-летний Лагранж становится членом Берлинской АН, президентом которой его избирают уже через 7 лет. Фридрих II приглашал Лагранжа в Берлин так: «Необходимо, чтобы величайший геометр Европы проживал вблизи величай-

шего из королей». Позже он становится членом Парижской АН и принимает активное участие в создании метрической системы мер.

Круг научных исследований Лагранжа был необычайно широк, а его сочинения составляют 14 томов. В математическом анализе Лагранж дал формулу остаточного члена ряда Тейлора, формулу конечных приращений и интерполяционную формулу, ввел способ множителей для решения задачи отыскания условных экстремумов. В области дифференциальных уравнений создал теорию особых решений и разработал метод вариации произвольных постоянных. В алгебре построил теорию уравнений, обобщением которой является теория Галуа, нашел способ приближенного вычисления корней алгебраического уравнения с помощью непрерывных дробей, метод отделения корней алгебраических уравнений, метод исключения переменных из системы уравнений (составление результата), разложение корней уравнений в ряд Лагранжа. В теории чисел с помощью непрерывных дробей он решил неопределенные уравнения 2-й степени с двумя неизвестными, доказал периодичность разложений квадратичных иррациональностей в непрерывные дроби. Ниже приведены несколько задач, предложенных Лагранжем.

1. Докажите, что если три простых числа образуют арифметическую прогрессию, то разность этой прогрессии кратна 6 (исключение представляет случай, когда одно из этих чисел 3).

2. Проверьте тождество:

$$(A^2 + B^2 + C^2) \cdot (A_1^2 + B_1^2 + C_1^2) - (AA_1 + BB_1 + CC_1)^2 = (AB_1 - A_1B)^2 + (AC_1 - A_1C)^2 + (BC_1 - B_1C)^2.$$

3. Дано уравнение

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0.$$

Покажите, что подстановкой $y = x + \frac{1}{x}$ можно свести решение этого уравнения к решению двух квадратных уравнений, корни которых и будут корнями данного.

4. Докажите, что всякое натуральное число можно представить в виде суммы четырех квадратов целых чисел.



**225 лет
Пьер БАЗЕН**
(13 января 1786 –
29 сентября 1838)

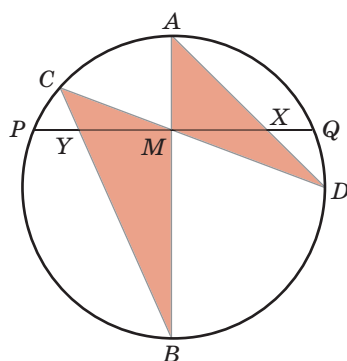
Французский математик, механик, педагог, инженер-строитель, почетный член Петербургской АН. С 1810-го профессор Института

Корпуса инженеров путей сообщения, в 1824–1834 гг. — его директор. Автор около 30 проектов мостов в Санкт-Петербурге и его пригородах, набережных, эллингов, гаваней, шоссе и других объектов. Спроектировал конструкции перекрытий Зимнего дворца, Александринского театра (не осуществлены) и Троицкого собора. Руководил строительством Обводного канала, зданий Сената и Синода, Шлиссельбургских шлюзов, гидросооружений Охтинского порохового завода. В 1824–1827 гг. разработал проект защиты Санкт-Петербурга от наводнений. Основные труды по математическому анализу, геометрии, механике. Написал ряд учебников по математике и механике для русской высшей технической школы.

225 лет Вильямс Джорж ГОРНЕР (1786 – 22 сентября 1837)

Английский математик-алгебраист и учитель. Преподавательскую деятельность начал с 18 лет, в 23 года открыл собственную школу в Бате. Известен благодаря предложенному способу приближенного решения алгебраических уравнений при помощи схемы, часто называемой схемой Руффини–Горнера. Этот способ по идее совпадает с методом тянь-юань, применявшимся в XIII в. китайским математиком Чжу Шицзе. «Подмена» авторства объясняется тем, что соотечественник Горнера, известный математик и логик Де Морган в своих многочисленных статьях часто упоминал этот метод со ссылкой на него.

В 1815 г. в английском мужском журнале «Gentleman's Dairy» Горнер предложил следующую задачу:



Задача о бабочке. Пусть через точку M , являющуюся серединой хорды PQ некоторой окружности, проведены две произвольные хорды AB и CD той же окружности. Пусть хорды AD и BC пересекают хорду PQ в точках X и Y . Докажите, что M является серединой отрезка XY .



200 лет Эварист ГАЛУА (26 октября 1811 – 30 мая 1832)

Французский математик, исследования которого оказали исключительное влияние на развитие алгебры.

Математическое дарование Галуа проявилось очень рано.

Книгой, пробудившей интерес юноши к математике, были «Начала геометрии» Лежандра. Содержание книги, рассчитанной на 2 года учебы, он усвоил за 2 дня. Затем Галуа в течение нескольких дней прочел «Решение численных уравнений» Лагранжа. К моменту окончания лицея он уже вел самостоятельную исследовательскую работу по математике и к 18 годам получил многие основные результаты теории, впоследствии названной его именем.

В 1830 г. поступил в Высшую нормальную школу, но через год был исключен из нее по политическим мотивам, так как входил в тайное республиканское общество «Друзья народа». За публичное выступление против королевского режима дважды подвергался тюремному заключению. В возрасте 20 лет был убит на дуэли.

Накануне дуэли в письме к другу Галуа изложил свои основные открытия с просьбой передать их Якоби и Гауссу. Это письмо было опубликовано вскоре после его смерти, однако из-за новизны идей и сжатости изложения открытия Галуа долгое время не получали признания. Все его работы были разобраны и опубликованы в 1846 г. Лиувиллем. В одной из них он исследовал старую проблему, решение которой с XVI в. не давалось лучшим математикам: найти общее решение уравнения произвольной степени, то есть выразить его корни через коэффициенты, используя только арифметические действия и радикалы. В 1870 Жордан написал книгу о теории подстановок, в предисловии к которой отметил, что его работы — лишь толкование рукописей Галуа.

За свою короткую жизнь Галуа успел сделать открытия, ставящие его на уровень крупнейших математиков XIX в. Решая задачи по теории алгебраических уравнений, он заложил основы современной алгебры, создав стройную теорию и введя такие фундаментальные понятия, как группа, подгруппа, нормальный делитель, поле, расширение.



200 лет Людвиг Отто ГЕССЕ

(22 апреля 1811 –
4 августа 1874)

Немецкий математик, член Баварской АН. Основные труды по геометрии (аналитической, проективной, дифференциальной), линейной алгебре и вариационному исчислению.

Для изучения кривых 3-го порядка Гессе ввел кривую, названную его именем. В своих работах применял однородные пространственные координаты и пришел к инвариантному определителю (гессиану) из вторых частных производных однородной функции. Этот определитель имеет много приложений в геометрии чисел. Гессе дал одну из интерпретаций геометрии Лобачевского, перенес на сферические конические сечения теоремы Паскаля и Бриансона; развил теорию инвариантов и детерминантов; занимался геометрической интерпретацией алгебраических преобразований.



175 лет Василий Андреинович ЕВТУШЕВСКИЙ

(6 мая 1836 –
23 сентября 1888)

Русский методист-математик, редактор журнала «Народная школа» (1878–1882), сотрудник многих

педагогических журналов. Был одним из создателей высших женских курсов. Неоднократно руководил съездами народных учителей.

Разработал методику элементарной математики на основе самостоятельной работы учащихся, занимательности и соответствия их возрасту, а также программы и уроки по пропедевтическим курсам арифметики, алгебры и геометрии, построенные на основе концентрического изучения математики.

Сочинения Евтушевского, особенно его «Методика арифметики» (1872 г.) и «Сборник арифметических задач» (1871 г.), выдержавшие многочисленные издания и разошедшиеся более чем миллионным тиражом, имели важное значение в истории отечественного школьного математического образования. В основу этих работ он поло-

жил свой многолетний опыт и результаты изучения методики преподавания за границей (методика Грубе). Вместе с Глазыриным издал «Методику приготовительного курса алгебры» (1876 г.) и к ней небольшой сборник задач.

В 1879 г. был избран председателем Педагогического общества. Педагогические взгляды Евтушевского вызвали многочисленные обсуждения, которые во многом способствовали развитию интереса к методике преподавания математики в России.

Приведем несколько задач из сборника Евтушевского для учащихся 5–7-х классов.

1. Отец желает разделить между своими тремя несовершеннолетними сыновьями 11 795 р. так, чтобы каждый из сыновей обладал одинаковым капиталом по достижении совершеннолетия (21 года). Старшему сыну сейчас 13 лет, среднему — 11 лет, а младшему — 9 лет. Какой капитал должен положить отец на имя каждого из сыновей в банк, платящий простые 5% годовых?
2. Сколько нужно взять фунтов кофе, по 46 к. фунт, по 42 к. и по 60 к., чтобы составить без прибыли и убытка 46 фунтов смеси, ценою по 50 к. за фунт?
3. У женщины были две золотые сережки равного веса 48-й пробы и кольцо 84-й пробы; сережки весили 1 зол. 14 долей и кольцо тоже 1 зол. 14 долей. Одну сережку она потеряла, а остальные вещи отдала мастеру и велела из всего золота сделать брошку. Какой пробы выйдет брошка?
4. 12 работников за 5 дней, занимаясь ежедневно по 10 часов, могут засеять 240 десятин под клевер и люцерну. Сколько дней нужно 15 работникам, чтобы, ежедневно занимаясь по 11 часов, засеять 264 десятины под клевер и люцерну?

ЛИТЕРАТУРА

1. Баврин И.И., Фрибус Е.А. Старинные задачи: Книга для учащихся. — М.: Просвещение, 1994.
2. Боголюбов А.Н. Математики, механики. — Киев: Наукова думка, 1983.
3. Бородин А.И., Бугай А.С. Выдающиеся математики. — Киев: Радянська школа, 1987.
4. Земляков А.Н. Введение в алгебру и анализ: культурно-исторический дискурс. Элективный курс. — М.: Бином, 2007.
5. Малаховский В.С. Избранные главы истории математики. — Калининград: Янтарный сказ, 2002.
6. Попов Г.Н. Сборник исторических задач по элементарной математике. — М.—Л.: ОНТИ, 1938.
7. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математике. — Минск: Вышейшая школа, 1978.

ЧИСЛА ФИБОНАЧЧИ

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10 946, 17 711, 28 657, 46 368, 75 025, 121 393, 196 418, 317 811, 514 229, 832 040...



■ **Задача.** Пусть в огороженном месте имеется пара кроликов (самка и самец) в первый день января. Эта пара кроликов производит новую пару кроликов в первый день февраля и затем в первый день каждого следующего месяца. Каждая новорожденная пара кроликов становится зрелой уже через месяц и затем через месяц дает жизнь новой паре кроликов. Возникает вопрос: сколько пар кроликов будет в огороженном месте через год, то есть через 12 месяцев с начала размножения?

Количество пар кроликов по месяцам представляет собой ряд названный по имени автора задачи — Леонардо Пизанского, прозванного Фибоначчи, в котором каждое следующее число, начиная с третьего, равно сумме двух предыдущих:

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+2} = F_n + F_{n+1}, n \in \mathbf{N}.$$

С начала XIX в. работы, посвященные числам Фибоначчи, начали «размножаться как фибоначчиевы кролики». Эти числа привлекли внимание математиков своей особенностью возникать в самых неожиданных местах. Например, замечено, что волны Эллиота, описывающие колебания котировок ценных бумаг, являются огибающими маленьких волн, те, в свою очередь, еще более мелких, а количество мелких колебаний в периоде более крупного соответствует ряду Фибоначчи. Если вы разберетесь с числами Фибоначчи и волнами Эллиота, то можете разбогатеть, играя на бирже ценных бумаг.

Найдены и явления природы, в которых эта последовательность играет немаловажную роль. Одно из них — филлотаксис (листорасположение) — правило, по которому располагаются, например, семечки в соцветии подсолнуха. Семечки упорядочены в два ряда спиралей, один из которых идет по часовой стрелке, другой — против.

Эти числа можно найти при подсчете количества лучей, отражающихся от двух зеркал, в количестве вариантов маршрутов переползания пчелы от одной соты к другой, во многих математических играх и фокусах.

Наиболее замечательное свойство ряда Фибоначчи состоит в том, что отношение двух последовательных членов ряда попеременно то больше, то меньше отношения золотого сечения и с возрастанием номера члена ряда разность между его отношением к предыдущему члену ряда и отношением золотого сечения стремится к нулю.