

Домашняя работа №3

1. Определение модуля.
2. Свойства модуля действительного числа.
3. Определение иррационального уравнения.
4. Определение арифметического корня.
5. Свойства арифметического корня.
6. Область определения корня четной и нечетной степени, иррационального уравнения.
7. Равносильные и неравносильные преобразования.

Решить уравнения:

а) $3|x-3| = 8 - |x-2|$; б) $|x| = |x^2 - 4x|$; в) $|2x+2| = 6 - |x-2|$; г) $|x^2 - 9| = (x-3)|x+3|$;
д) $\left| \frac{x+2}{x} \right| = \frac{x+2}{x}$;

Решить неравенства, содержащие переменную под знаком модуля.

а) $|3x-9| \leq |x-5| + 2$; б) $|x+2| - |x+3| > 2x-1$; в) $|2x+2| < |0,5x-1| + 2$;
г) $|x-4| + |x+2| < 3x+6$; д) $|x^2 - 3x| \geq |x^2 - 2x| - x$;

Решить уравнения и неравенства:

а) $\sqrt{x+2} > x + \frac{1}{2}$, б) $\sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} > 8$;
а) $\sqrt{3x-5} - \sqrt{x-2} = 1$, б) $\sqrt{4-2x} + \sqrt{2+x} = 2\sqrt{2}$, в) $x\sqrt{x^2+15} - \sqrt{x^4+x^2+15} = 2$,
г) $\sqrt{x^2-3x+5} + x^2 = 3x+7$, д) $\sqrt{\frac{20+x}{x}} + \sqrt{\frac{20-x}{x}} = \sqrt{6}$, е) $\frac{\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4}}{2} = x + \sqrt{x^2-16}$,
ж) $\sqrt{x^2-4x} > x-3$, з) $\sqrt{x^2-5x+6} \leq x+4$, и) $\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}} - \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}} \geq \frac{7}{12}$,
к) $\sqrt{x+6} > \sqrt{x-1} + \sqrt{2x-5}$, л) $x^2 + \sqrt{x^2+11} < 31$.

Решить системы уравнений:

а) $\begin{cases} \sqrt{\frac{x^3}{y}} - \sqrt{\frac{y^3}{x}} = \frac{65}{6}; \\ x-y=5 \end{cases}$; б) $\begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13, \\ 3\sqrt[3]{x-2y} - 4\sqrt[3]{x+y} = 2 \end{cases}$.