

**КРАТКАЯ ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНОВ
В МАГИСТРАТУРУ ПО ПРОГРАММЕ
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ»**

2015 г.

Раздел 1. Алгебра и теория чисел

1. *Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа.* Представление комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах, связь между ними. Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел, заданных в алгебраической форме. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме.
2. *Формулы Муавра и извлечения корня натуральной степени из комплексного числа.* Возведение комплексного числа в натуральную степень. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа. Группа корней n -й степени из единицы
3. *Делимость в кольце целых чисел.* Отношение делимости в кольце целых чисел. Свойства отношения делимости: рефлексивность, транзитивность, сохранение знаков делимого и делителя, делимость суммы и произведения, делимость нуля, невозможность деления на нуль, сравнение делимого и делителя.
4. *Простые и составные числа.* Свойства простых чисел. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Каноническое представление целого числа.
5. *Сравнения в кольце целых чисел.* Отношение сравнимости по модулю в кольце целых чисел: рефлексивность, транзитивность, симметричность. Простейшие свойства сравнений, зависящих и не зависящих от модуля. Арифметические операции над сравнениями.
6. *Линейное векторное пространство над данным полем.* Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств. Арифметическое n -мерное пространство. Линейная зависимость векторов. Свойства линейно зависимых систем векторов. Базис и размерность линейного пространства.
7. *Системы линейных алгебраически уравнений.* Виды систем линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод Гаусса, матричный метод, метод Крамера.
8. *Кольцо многочленов одной переменной.* Определение многочлена. Стандартный вид многочлена. Сложение и умножение многочленов. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера.
9. *Многочлены над полем комплексных чисел.* Основная теорема алгебры и следствия из нее. Разложение многочлена с комплексными коэффициентами на линейные множители. Формулы Виета.
10. *Многочлены над полем рациональных чисел.* Теорема о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами. Следствие. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами.

Литература

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры – М.: Лань, 2013.
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел – М.: Лань, 2009.
3. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. М.: Издательский центр «Академия», 2010.
4. Бухштаб А.А. Теория чисел – М.: М.: Лань, 2008.
5. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. М.: Вузовская книга, 2000

Раздел 2. Математический анализ

1. *Предел функции* Определения предела функции по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Свойства функций, имеющих предельное значение: ограниченность, сохранение знака, переход к пределу в неравенстве, переход к пределу в сумме, произведении, частном сходящихся функций (доказать одну из теорем). Замечательные пределы.
2. *Непрерывность функции* Определение непрерывной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теорема о прохождении функции через ноль при смене знаков, теорема о прохождении функции через любое промежуточное значение, первая теорема Вейерштрасса (с доказательством), вторая теорема Вейерштрасса.
3. *Производная функции* Определение производной функции. Геометрический смысл производной. Определение дифференцируемой функции. Теорема о связи дифференцируемости и существованием производной функции в точке. Правила дифференцирования.
4. *Основные теоремы дифференциального исчисления* Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши – формулировки, интерпретация, доказательство теоремы Коши.
5. *Интегрируемость по Риману* Определения интегральных сумм, функции, интегрируемой по Риману, сумм Дарбу. Критерий интегрируемости функции. Основные классы интегрируемых функций.
6. *Интеграл Римана как функция верхнего предела* Непрерывность и дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом (одна из теорем с доказательством). Основная теорема интегрального исчисления (формула Ньютона-Лейбница).
7. *Функциональные ряды* Определения функциональных последовательностей и рядов, равномерная сходимости функциональных последовательностей и рядов. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: непрерывность суммы ряда, условия почленного интегрирования и дифференцирования ряда (одна из теорем с доказательством).
8. *Дифференцируемость функции многих переменных* Определение частных производных, частных дифференциалов, дифференцируемой в точке функции многих переменных, полного дифференциала функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции многих переменных.
9. *Интегрируемость функции многих переменных* Определение и условия существования двойного интеграла для произвольной области. Основные свойства двойного интеграла (аддитивность, линейность, теорема о среднем значении). Вычисление двойного интеграла путем сведения его к повторному.
10. *Линейные дифференциальные уравнения* Линейное дифференциальное уравнение первого порядка: определение и методы интегрирования. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков: методы интегрирования и свойства решений.

Литература

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ: учебник: [в 2 ч.] - Изд. 3-е. – М.: Проспект, 2007.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: [в 2 ч.]. – М.: Наука, 1982.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа – М.: Высшая школа, 1989.
4. Тихонов А.Н., Васильев А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980.

Раздел 3. Геометрия

1. *Простейшие понятия аналитической геометрии.* Системы координат на плоскости и в пространстве (аффинная, прямоугольная, полярная). Координаты точки и вектора на плоскости и в пространстве. Деление отрезка в данном отношении. Вычисление расстояния между двумя точками. Уравнение окружности. [1,3]
2. *Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.* Сложение векторов и его свойства. Умножение вектора на число и его свойства. Определение и свойства скалярного произведения векторов. Определение и свойства векторного произведения векторов. Определение и свойства смешанного произведения векторов. Вычисление скалярного, векторного, смешанного произведений векторов в прямоугольной системе координат. Геометрический смысл векторного и смешанного произведений векторов. [1,3]
3. *Уравнение линии на плоскости и в пространстве. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве.* Каноническое и общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две точки плоскости и пространства. Параметрические уравнения прямой на плоскости и в пространстве. [1,3]
4. *Уравнение поверхности. Уравнения плоскости.* Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум неколлинеарным векторам. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки общего положения. Параметрические уравнения плоскости. Общее уравнение плоскости. Нормальное уравнение плоскости. [1,3]
5. *Взаимное расположение прямых и плоскостей.* Взаимное расположение прямых на плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей. Взаимное расположение прямой и плоскости. [1,3]
6. *Метрические задачи аналитической геометрии на плоскости.* Вычисление расстояния от точки до прямой. Вычисление угла между прямыми. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух прямых. [1,3]
7. *Метрические задачи аналитической геометрии в пространстве.* Вычисление расстояния от точки до прямой. Вычисление расстояния от точки до плоскости. Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. Вычисление угла между прямой и плоскостью. Вычисление угла между плоскостями. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух плоскостей. [1,3]
8. *Линии второго порядка и их свойства.* Определение эллипса, гиперболы и параболы. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Исследование формы эллипса, гиперболы и параболы по их каноническим уравнениям (на примере одной из них). [1,3]
9. *Поверхности второго порядка и их свойства.* Эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, эллиптический и гиперболический параболоиды: определение и канонические уравнения. Исследование формы поверхности второго порядка по каноническому уравнению методом сечений (на примере конкретной поверхности). [1,3]
10. *Аксиоматический метод построения научного знания. Требования к системе аксиом.* Логическая схема построения научной теории аксиоматическим методом. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом. Аксиоматика евклидовой геометрии (на примере одной из аксиоматик). [2,4]

Литература

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. 1. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов.— М.: Просвещение, 1986.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. 2. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов.— М.: Просвещение, 1987.
3. Баклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учеб. для вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
4. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – 7-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004

Раздел 4. Теория и методика математического образования

1. *Математическое образование.* Роль и место математического образования в современном обществе. Основные тенденции развития математического образования в России. Математическое образование в системе непрерывного образования.
2. *Предмет теории и методики математического образования.* Математика – наука и математика – учебный предмет. Взаимосвязи теории и методики математического образования с другими науками. Методы теории и методики математического образования
3. *Цель и задачи теории и методики математического образования.* Понятия образования, обучения и развития. Формирование целостной картины мира. Взаимосвязи обучения и развития в математическом образовании. Воспитание в процессе обучения математике.
4. *Содержание обучения математике.* Школьные математические дисциплины. Нормативные документы математического образования: стандарты, программы, учебники. Основные содержательно-методические линии обучения математике.
5. *Методы обучения математике.* Понятие метода обучения. Классификации методов обучения математике. Характеристика групп методов и отдельных методов. Примеры их использования в процессе обучения математике.
6. *Научные методы в обучении математике.* Индукция и дедукция в обучении математике: характеристика каждого научного метода, примеры использования в школьном математическом образовании.
7. *Научные методы в обучении математике.* Анализ и синтез в обучении математике: характеристика каждого научного метода, примеры использования в школьном математическом образовании.
8. *Научные методы в обучении математике.* Наблюдение и опыт в обучении математике. Обобщение и абстрагирование в обучении математике.
9. *Формы мышления в обучении математике.* Понятие. Математическое понятие. Содержание и объем понятия. Определение понятия. Виды определений. Требования к определению. Методика формирования математических понятий.
10. *Формы мышления в обучении математике.* Суждения и умозаключения. Математические предложения. Аксиомы и теоремы. Структура и виды теорем. Методика обучения доказательству теорем.
11. *Правила и алгоритмы в обучении математике.* Алгоритм. Свойства алгоритма. Развернутые и свернутые алгоритмы. Алгоритмы в школьном математическом образовании. Методика использования алгоритмов в процессе обучения математике.
12. *Задачи в обучении математике.* Понятие задачи, ее структура. Роль и функции задач в обучении математике. Классификации задач. Упражнения. Методика обучения решению математических задач.
13. *Организация обучения математике.* Урок как основная форма обучения математике. Структура урока математики. Типы уроков математики. Основные требования к уроку математики.
14. *Организация обучения математике.* Подготовка учителя к уроку математики. Организация самостоятельной работы на уроках математики. Анализ урока математики.
15. *Контроль за качеством обучения математике.* Виды и функции контроля. Контрольная работа, анализ результатов. Оценка и отметка. Методика проверки и оценки знаний, умений и навыков учащихся. Государственная итоговая аттестация. Единый государственный экзамен.
16. *Профилизация в обучении математике.* Уровневая и профильная дифференциация обучения. Предпрофильное обучение математике. Профильные математические школы и классы. Содержание обучения в профильных математических школах и классах.
17. *Дополнительное математическое образование.* Структура, цели и формы дополнительного математического образования школьников. Центры дополнительного матема-

тического образования. Олимпиады, математические конкурсы. Научно-исследовательская работа школьников.

18. *Внеклассная работа по математике*. Понятие внеклассной работы по математике как одного из видов дополнительного математического образования. Виды и формы внеклассной работы по математике. Характеристика одной из форм внеклассной работы по математике (на выбор).
19. *Средства обучения математике*. Печатные средства обучения математике и их электронные версии. Наглядные пособия и аудиовизуальные средства обучения математике. Мультимедийные средства обучения математике.
20. *Педагогические технологии в обучении математике*. Подходы к определению, классификации. Характеристические особенности некоторых технологий. Примеры использования (на выбор).

Литература

1. Методика и технология обучения математике. Курс лекций : пособие для вузов / Под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.
2. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. педвузов и ун-тов. – М.: Просвещение, 2001. – 224 с.
3. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: Учеб. пособие. – Чебоксары: Изд-во Чувашского ун-та, 2009. – 732 с.
4. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.
5. Виноградова Л.Б. Методика преподавания математики в средней школе. – Ростов-на-Дону.: Феникс, 2005. – 252 с.